С. М. Одоевский

Численные методы решения задач оптимизации

Методические рекомендации для лабораторных занятий
и задания для студентов

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»

С. М. Одоевский

Численные методы решения задач оптимизации

Методические рекомендации для лабораторных занятий
и задания для студентов

СПб ГУТ)))

Лабораторная работа № 5

Численные методы решения задач оптимизации

<u>Цель работы</u>: Изучить численные методы решения задач оптимизации с использованием системы MathCAD.

Познакомиться с встроенными средствами символьного и численного решения задач оптимизации в системе MathCAD.

Символьные средства

Символьные преобразования математических выражений

Численные средства

Системная переменная TOL

Операторы

Given
minerr(v1,...,vn), Minimize(F,v1,…,vn), Maximize(F,v1,…,vn),
программирование итерационных алгоритмов

Решить примеры задач оптимизации (по вариантам)

На основании номера группы G и номера по списку N необходимо вычислить индивидуальную поправку Δ=(G–N)/100 (0 целых и G–N сотых), которую необходимо добавить к одному из искомых переменных (в одном месте) в каждом задании (кроме 4-го и 5-го задания, в которых используется непосредственно значение номера по списку N, а также 7-го задания, в котором указанную поправку необходимо помножить на все численные значения в условиях задачи, измеряемые в рублях).

Каждое задание необходимо попытаться решить четырьмя способами:

1) графическими средствами MathCad и соответствующим методом полного перебора с фиксированным шагом (равном точности) ε=0.1

2) методом, указанным в задании с точностью ε=0.01

(с использованием пошаговых расчетов или программирования)

3) символьными методами MathCad по условию экстремальности аналитического выражения (кроме 6 и 7 задания)

4) численными методами MathCad с точностью TOL=0.001

Сравнить результаты, полученные разными методами

Задание 1. Найти экстремум функции $y = (x-5)e^x$ методом золотого сечения и/или методом Ньютона

Задание 2.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = x\sqrt{1-x^2}$ в области ее определения.

(методом золотого сечения и/или методом Ньютона)

Задание 3.

Используя метод золотого сечения, найти на отрезке $[0, 3]$ наименьшее значение функции

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2, & 0 \leqslant x \leqslant 2, \\ x^2/(2x-1), & x > 2. \end{cases}$$

Задание 4.

Спроектировать цилиндрический (для нечетных вариантов *N*) или конусный (для четных вариантов *N*) корпус для некоторого электронного устройства объемом N+10 куб.см таким образом, чтобы на его изготовление было израсходовано как можно меньше материала. Найти оптимальные значения *r* и *h* (см. в конце заданий справочный материал). Используя уравнение для заданного объема корпуса, привести двумерную задачу оптимизации к одномерной и решить методом золотого сечения и/или методом Ньютона.

Задание 5.

Используя датчик случайных чисел rnd(*R*) разместить *N*+3 точки (контактные площадки) с минимальным взаимным расстоянием 2 мм на квадратной плате размером *R* x *R* = 5 см x 5 см, левый нижний угол которой находится в начале координат, и найти координаты центральной 0-й точки (контактной площадки) с минимальным средним (линейным) отклонением от остальных (что обеспечит минимальный расход материала на соединительные проводники). Использовать метод покоординатного спуска или градиентный метод.

Задание 6.

Минимизировать функцию $f = 12x_1 + 4x_2$ при наличии ограничений $x_1 + x_2 \geqslant 2$, $x_1 \geqslant 0.5$, $x_2 \leqslant 4$, $x_1 - x_2 \geqslant 0$.

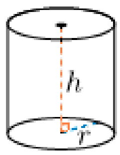
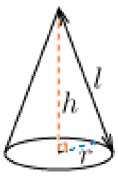
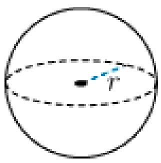
(графическим и/или симплекс-методом)

Задание 7. Решить задачу линейного программирования (графическим и/или симплекс-методом):

Имеются два склада с сырьем. Ежедневно вывозится с первого склада 60 т сырья, со второго 80 т. Сырье используется двумя заводами, причем первый завод получает его 50 т, второй 90 т. Нужно организовать оптимальную (наиболее дешевую) схему перевозок, если известно, что доставка 1 т сырья с первого склада на первый завод стоит 7 р., с первого склада на второй завод — 9 р., со второго склада на первый завод — 10 р., со второго склада на второй завод — 8 р.

(все численные значения в приведенном условии задачи, измеряемые в рублях, необходимо помножить на поправку Δ, соответствующую номеру группы и номеру по списку N – см. выше)

Справочный материал (для задания 4)

 Цилиндр $V = \pi r^2 h$ r - радиус основания h - высота	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} =$ $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$	
 Конус $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} =$ $= \pi r^2 + \pi r l$ l - образующая	$l = \sqrt{r^2 + h^2}$
 Шар $V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$S = 4\pi r^2$	